



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- a و b عدنان طبيعيان غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.
- 1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .
 - 2) بيّن أنّ a و b متوافقان بترديد 3 .
 - 3) نضع $b = 489$.
أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 .
ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q حيث:
- $$u_0 + u_1 = 30 \quad \text{و} \quad u_0 \times u_2 = 576$$
- 1) بيّن أنّ $u_1 = 24$ ، ثم استنتج قيمة u_0 .
 - 2) بيّن أنّ $q = 4$ ، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - 3) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - 4) احسب 4^4 ، ثم تحقّق أنّ العدد 1536 حد من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته .
 - 5) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

- (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- I. عيّن العدد الحقيقي a بحيث يشمل المنحنى (C_f) النقطة O مبدأ المعلم.



II. نضع $a = 3$.

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: $f(x) = \frac{3x}{x+1}$

(2) أ) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .

ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) .

(3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

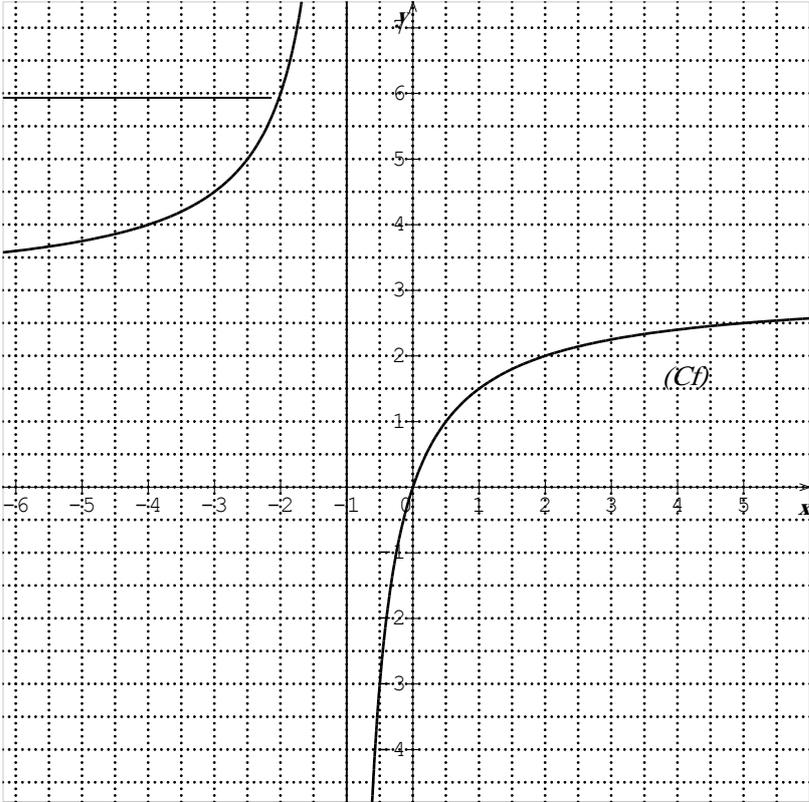
(4) b عدد حقيقي، (Δ) مستقيم معادلته $y = 3x + b$.

عين العدد b حتى يكون المستقيم (Δ) مماساً للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -2$

(5) ارسم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1	1	<p>التمرين الأول: (06 نقاط)</p> <p>(1) $a = 4q + 2$ حيث $q = b + 1$ ومنه باقي قسمة a على 4 هو 2 .</p>
0.5	0.5	<p>(2) $a - b = 3k$ حيث $k = b + 2$ ومنه $a - b$ مضاعف للعدد 3 .</p>
4.5	0.5×3 1 1 0.5 0.5	<p>(3) أ) $a = 1962$ و $a + 1 \equiv 0[13]$ ومنه $a \equiv -1[13]$.</p> <p>ب) $a^{2018} \equiv 1[13]$ $40^{2968} \equiv 1[13]$ ومنه $a^{2018} + 40^{2968} \equiv 2[13]$</p> <p>ج) $a^{2n} + n + 3 \equiv 0[13]$ حيث $a^{2n} \equiv 1[13]$ ومنه $n \equiv 9[13]$ و عليه $n = 13k' + 9$ حيث k' عدد طبيعي.</p>
1.5	01 0.50	<p>التمرين الثاني: (06 نقاط)</p> <p>(1) $u_1^2 = u_0 \times u_2 = 576$ ومنه $u_1 = 24$. $u_0 + u_1 = 30$ ومنه $u_0 = 6$.</p>
2	0.5 1 0.5	<p>(2) $u_1 = u_0 \times q$ ومنه $q = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6 \times 4^n$.</p>
0.5	0.5	<p>(3) $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، نستنتج أن (u_n) متزايدة تماما.</p>
1.5	0.5×3	<p>(4) $4^4 = 256$ ، $u_n = 1536$ ومنه $n = 4$ إذن 1536 حد من حدود (u_n) رتبته 5 .</p>
0.5	0.5	<p>(5) $s_n = 8(4^n - 1)$</p>
01	01	<p>التمرين الثالث: (08 نقاط)</p> <p>أ. $a = 3$</p>
01	01	<p>ب. $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ (1)</p>

01 01	<p>(2) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$</p> <p>ب) $x = -1$ و $y = 3$ معادلتا مستقيمين مقاربين .</p>												
02 0.5 0.5 02	<p>(3) أ) $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$</p> <p>ب) f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -1[$ و $]-1; +\infty[$.</p> <p>جدول التغيرات :</p> <table border="1" data-bbox="421 622 1126 891"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td colspan="2">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$
x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
$f'(x)$	+		+										
$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$										
01	<p>(4) $b = 2f'(-2) + f(-2) = 12$</p>												
01 01 01	<p>(5) الرسم:</p> 												

ملاحظة : تقبل كل الإجابات الصحيحة الأخرى